

# Dipolo magnetico

## Dipolo magnetico di particelle elementari

Una bacchetta magnetica ha  $\mu \sim J/T$ .  
Le particelle elementari hanno un dipolo magnetico circa  $N_A$  volte minore.  
Tutti gli elettroni hanno lo stesso  $\mu$ , come se fossero palline che girano su se stesse sempre alla stessa velocità e lo stesso per i protoni.

## Fattore giro-magnetico

Campo magnetico della terra: circa dipolo  $\mu_E = 8.05 \times 10^{22} \text{ J/T}$  orientato verso sud.  
A Pisa (latitudine 45 gradi) B esce a 45 gradi:  
$$B = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi R^3} \sqrt{1 + 3 \cos^2 \theta} = 5 \cdot 10^{-5} \text{ T} = 0.5 \text{ Gauss.}$$

Una carica q che gira su di un'orbita circolare di raggio a con velocità angolare  $\omega$  genera  $\mu = \pi a^2 I = qa^2 \omega / 2$  in quanto  $I = q/T = q\omega / 2\pi$ . Il momento angolare vale  $L = mav = ma^2 \omega$  quindi  
$$\mu = g \frac{q}{2m} L \quad \text{con} \quad g = 1.$$

Oggetto che ruota:  $L = I_i \omega$  con momento di inerzia  $I_i = \int r^2 dm$  e  
$$\mu = n \int \pi r^2 dI = \frac{\omega}{2\pi} \int \pi r^2 dq = \frac{\omega}{2} \int r^2 dq \quad g = \frac{\int r^2 dq/q}{\int r^2 dm/m} = \frac{\langle r^2 \rangle_q}{\langle r^2 \rangle_m}$$
  
 $g = 1$  se carica e massa hanno uguale distribuzione;  $g > 1$  se la carica gira più esterna della massa.  $g = 5/3$  per sfera uniforme con carica superficiale.

## Introduzione

Una piccola spira di superficie S percorsa da corrente I è approssimabile come dipolo magnetico di momento

$$\mu = \frac{1}{2} \int dV \mathbf{r} \times \mathbf{J} = \frac{I}{2} \oint \mathbf{r} \times d\mathbf{r} = I \int dS \mathbf{n} \simeq IS\mathbf{n}$$

Forza su dipolo in campo magnetico esterno:

$$\mathbf{F} = -\nabla U \quad U = -\mu \cdot \mathbf{B}$$

Momento delle forze:  $\mathbf{M} = \mu \times \mathbf{B}$

Campo generato da dipolo magnetico:

$$\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \left[ \frac{3(\mu \cdot \mathbf{r})\mathbf{r}}{r^5} - \frac{\mu}{r^3} \right]$$

## Similitudine fra dipolo elettrico e magnetico

### DIPOLI ELETTRICI

$$\begin{aligned} p &\simeq qd \\ \mathbf{p} &= \int dV \mathbf{r} \rho \\ U &= -\mathbf{p} \cdot \mathbf{E} \\ \mathbf{M} &= \mathbf{p} \times \mathbf{E} \\ \mathbf{E} &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left[ \frac{3(\mathbf{p} \cdot \mathbf{r})\mathbf{r}}{r^5} - \frac{\mathbf{p}}{r^3} \right] \end{aligned}$$

### DIPOLI MAGNETICI

$$\begin{aligned} \mu &\simeq ISn \\ \mu &= \int dV \mathbf{r} \times \mathbf{J}/2 \\ U &= -\mu \cdot \mathbf{B} \\ \mathbf{M} &= \mu \times \mathbf{B} \\ \mathbf{B} &= \frac{\mu_0}{4\pi} \left[ \frac{3(\mu \cdot \mathbf{r})\mathbf{r}}{r^5} - \frac{\mu}{r^3} \right] \end{aligned}$$

Il motivo generale della similitudine è che nel vuoto E e B soddisfano alla stessa equazione: zero divergenza e zero rotore. Quindi hanno la stessa espansione in potenze di d/R: monopolo, dipolo, quadrupolo...

Non esistono cariche magnetiche, quindi il dipolo magnetico domina. (Se esistessero cariche magnetiche si potrebbe ottenere un dipolo magnetico da due cariche magnetiche + e -)